

Deuxième croisière : « autant ».

Première escale : qu'est-ce qu'**un ensemble ?**

Suppose que tu penses à la fois à cette page que tu lis, à ta dernière note en maths, et à ton pire ennemi. Tu penses à trois objets - au sens mathématique du mot « objet », et ta pensée est peut-être le seul lien entre eux. Cette pensée est une bonne représentation d'un ensemble. Ce n'est qu'une image, mais elle n'est pas mauvaise : un ensemble est comme une pensée à propos d'objets. Tu peux t'intéresser à des ensembles farfelus, en y rassemblant, comme je l'ai fait, des objets qui n'ont pas grand-chose de commun... ou tu peux observer des ensembles dont les objets sont tous du même type : par exemple, des ensembles de points, comme les segments de droite (tu vois, on y arrive ☺). Si A et B sont 2 points, ce que tu appelles « segment A-B » (et que tu écris [AB]) est un ensemble, dont les objets sont A, B et les points de (AB) situés entre A et B … S'il y en a, c'est-à-dire lorsque $A \neq B$!

(Mais... euh... ça veut dire quoi, « entre » ?
Patience, patience ☺)

Deuxième escale : qu'est-ce qu'**un élément ?**

« Élément », en fait, est une abréviation de « élément d'un ensemble ». Et les éléments d'un ensemble sont... les objets qui y sont rassemblés. Tout simplement ! Par exemple, A est un élément de [AB]. B aussi, bien sûr. Comme n'importe quel autre point du segment. Pourquoi avoir inventé ce nouveau mot, alors que le mot « objet » existe déjà ? Pour permettre de séparer tous les objets de l'univers en deux catégories : ceux qui « appartiennent » à l'ensemble qui t'intéresse, les « éléments » de cet ensemble... et les autres !

Mini-escale : qu'est-ce qu'**une paire ?**

Un ensemble qui a exactement deux éléments.

C'est ça, moque-toi !
Je n'y peux rien, moi.

Escale-terminus : que signifie « **autant** » ?

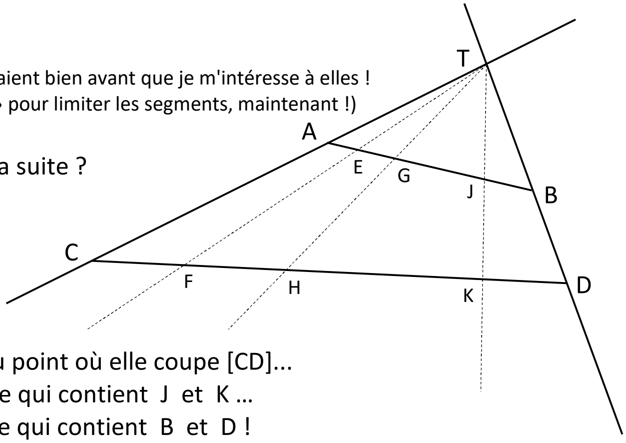
En maths, ce mot n'a de sens qu'entre deux ensembles.

« Deux ensembles ont autant d'éléments » veut dire qu'il est possible de composer des paires avec **TOUS** les éléments des deux ensembles - en associant à chaque fois un élément du premier ensemble et un élément du deuxième ensemble, sans jamais prendre deux fois le même !
Imagine un ensemble de personnes et un ensemble de chaises : il y a autant de personnes que de chaises si tu peux composer des paires « personne et chaise » - par exemple en asseyant chaque personne sur une chaise ☺ - avec toutes les personnes et avec toutes les chaises, sans tricher (pas de personnes en trop, pas de chaises en trop, pas plusieurs personnes sur la même chaise, pas plusieurs chaises sous la même personne) !

Après ces deux croisières, je peux presque te prouver que [AB] et [CD] ont autant de points. Pourquoi « presque » ? Parce que cette preuve repose sur la notion de droite, sur les propriétés des droites... et ça, nous ne les verrons que plus tard. Mais comme je sens que tu craques, je vais faire comme si tu savais déjà tout sur les droites. Seulement, tu n'y couperas pas : cela n'aura vraiment de sens pour toi que si tu lis les pages suivantes !

Regarde : je « trace deux droites », (CA) et (DB).

(ça veut dire que je les mets en évidence. Mais elles existaient bien avant que je m'intéresse à elles ! Et tu as remarqué : je n'ai plus besoin des « petits traits » pour limiter les segments, maintenant !)



J'appelle T le point commun à ces deux droites. Tu devines la suite ?

Imagine toutes les demi-droites qui « partent » de T et qui traversent [AB]... ou [CD], ce sont les mêmes !

Pour chacune de ces demi-droites,
imagine la paire composée du point où elle coupe [AB] et du point où elle coupe [CD]...
La paire qui contient E et F, celle qui contient G et H, celle qui contient J et K ...
Et bien sûr, n'oublie pas la paire qui contient A et C, ni celle qui contient B et D !

Avec ce système, tu associes bien chaque point du premier segment à chaque point du deuxième. Sans en laisser aucun de côté, sans prendre deux fois le même.

Donc (roulements de tambour)... [AB] et [CD] ont autant de points.

En fait,
ça marche parce que
les points de [CD]
sont plus gros
que ceux de [AB],
c'est ça ?

si [CD] est
2 fois plus long
que [AB],
ses points
sont 2 fois plus gros ?

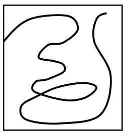
PAS DU TOUT !
Désolé, mais tu as tout faux.

Ce qui rend les points extraordinaires,
c'est justement qu'il n'existe PAS de gros points !!!
Personne ne peut faire grossir un point.
Même avec un super-méga-hyper microscope !
Exactement comme aucun télescope optique
n'est capable de faire grossir une étoile lointaine
(les étoiles ne sont pas « plus petites que petites », bien sûr. Elles sont « plus loin que loin » ☺)

Je crois que je dois VRAIMENT te parler de la différence entre ligne et trait !
Allez, on y va !

<u>Croisière bonus</u> : du point à la ligne, de la ligne au trait.

<u>Première escale</u> : qu'est-ce qu'**une ligne ?**



Tu te rappelles l'Airbus modèle réduit qui a implosé, qui est devenu un objet ponctuel ?
Imagine (encore !) que cet « avion-ponctuel » fait des acrobaties dans le ciel. Imagine que, dans chaque point qu'il traverse, il laisse une trace de fumée blanche - une trace pas plus grosse qu'un point !