L'enseignement qui m'a convenu

Je ne crois pas qu'il y ait **une** bonne façon d'enseigner. Les quelques pages qui suivent ne sont donc absolument pas un modèle, simplement un témoignage : j'ai pris plaisir à enseigner de cette façon et mes élèves et leurs familles semblaient y trouver leur compte.

Le matériel

Pour les élèves :

un cahier 96 pages, format « américain » (24 x 32) pour les travaux notés (ce cahier restait en général chez eux)

Un autre cahier de même format pour les cours et exercices d'application : celui-là, ils l'emportaient en classe mais ne le sortaient qu'à la demande.

Durant les séquences de cours : un bloc et un stylo devant eux…
et lorsque la situation l'exigeait, une règle, un compas, une calculatrice ou un trigomètre.

De mon côté, un large tableau blanc, des feutres… et un tableau numérique interactif !

La méthode

Durant les séquences de cours, un dialogue constant entre mes élèves et moi, voire parfois entre élèves – sous ma supervision !

Avec toutefois une règle absolue : ne jamais couper la parole à qui que ce soit
(et tout de même, je ne vais pas mentir, m'accorder une certaine priorité).

Et bien sûr, de mon côté, la maîtrise de la progression dans l'étude du thème en cours.

Donc, dans l'ensemble une apparence de décontraction studieuse, avec sa dose « d'impro »… mais qui cachait toute une intendance, toute une rigueur nécessaires à son succès.

Ce sont les éléments de cette intendance que vous trouverez dans les pages suivantes.

Quant à la rigueur, eh bien, cette méthode m'imposait un travail de préparation, de rédaction et de correction qui ne tolérait aucun retard. Mais à mes yeux, ça en valait la peine !

Deux textes distribués en début d’année,

à scotcher le premier au début du cahier de cours,
le second au début de celui des «rams et interros » (et devoirs)

Explications, informations

Un cours de mathématiques est d'abord un moment d'observation, de compréhension, de réflexion: cela passe par un dialogue entre toi et moi. Si tu n'interviens pas lorsque tu ne comprends pas, ou lorsque tu n'es pas d'accord, ou lorsque tu souhaites approfondir un détail, tu perds une occasion de mieux assurer tes connaissances.

Un cours de mathématiques, c'est également un lieu où nous sommes nombreux à travailler, où tu dois donc respecter quelques règles: ne parler qu'avec mon autorisation, appliquer précisément mes consignes et de façon générale agir avec bon esprit. Nous formons temporairement une équipe, et c'est sur toute cette équipe que rejaillit le comportement de chacun d'entre nous. Autant qu'il soit positif !

Un cours de mathématiques, c'est enfin l'occasion de vérifier que tu as compris, mais également mémorisé ce que nous avons étudié... Et que tu sais en parler clairement. Tu as, chez toi et d'un cours à l'autre, l'occasion de mémoriser et de pratiquer, par des exercices courts. Tu as également l'occasion, au cours de devoirs, d'apprendre à présenter clairement.
Ces exercices et ces devoirs sont une préparation aux contrôles. C'est en classe, par des "rams" de 15 minutes et des interrogations plus longues (40 mn), que tu auras l'occasion de faire le point sur tes connaissances.

En classe :

cours et exercices d'application immédiate du cours

correction des exercices donnés au cours précédent (oral)
correction des interrogations ou des devoirs

« **rams** » et « **superams** » (2 à 3 par quinzaine)
interrogations longues (4 à 6 par trimestre)

Chez toi :

1,5 à 2,5 heures par semaine

10 à 15 minutes, 3 ou 4 fois dans la semaine

cours : cahier de cours à lire, compléter et commenter
mémorisation (comprendre est nécessaire, mais ne suffit pas)

exercices : résolution sur cahier (ex. du cours précédent)

15 minutes, 3 à 4 fois dans la semaine

rams : à "piocher" au hasard, observer, refaire …
Tu n'auras pas besoin d'autres révisions si ton travail est régulier.

1 à 3 heure(s) par devoir (répartie(s) en plusieurs périodes)

devoirs : (1 à 3 par trimestre) rédaction et présentation claires, sur feuille

Lors d'un contrôle, ne cherche pas à tout faire, mais à **bien faire ce que tu fais**. Prends le temps ! Rappelle-toi qu'un 12/20 avec 5 exercices rédigés *et justes* sur 8 exercices proposés vaut mieux qu'un 05/20 avec 8 exercices rédigés *dont 6 faux ou mal compris*.

Un bon travail n'est pas un long travail: tu seras beaucoup plus efficace en travaillant 4 fois 30 minutes dans la semaine, plutôt qu'une fois 2 heures.

Les mathématiques ne sont pas qu'un exercice de mémoire: tu dois retenir, mais tu dois **comprendre avant de retenir** ! Si tu n'arrives pas à comprendre un cours ou un exercice, tu peux :

-) t'entêter pendant des heures...
-) ...ou me le dire.

Mon premier rôle est de t'expliquer les mathématiques.

" Rams ", mode d'emploi

Qu'est-ce qu'une "ram" ?

Un **ra**ffraichissement de la **m**émoire,
un appel aléatoire à cette mémoire (une application humaine de la **r**andom **a**ccess **m**emory des ordinateurs),
une **r**évision des **a**cquis **m**athématiques…
… Ou toute autre définition qui te semblerait appropriée !

Le principe en est simple :

1 à 2 fois par semaine,
15 minutes avant la fin d'un cours, tu réponds à 4 questions posées sur un feuillet d'une demi-page:
2 portent sur le cours récent (les dernières séances), les 2 autres peuvent porter sur n'importe quel point du programme étudié entre le début de septembre et l'instant présent...
Y compris les dernières minutes !

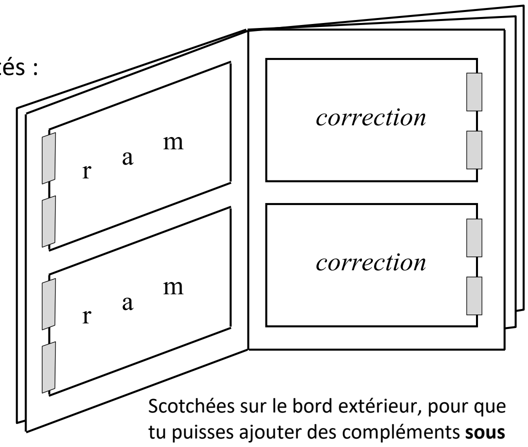
Ces rams sont ensuite regroupées dans ton cahier des travaux notés :

2 par page, les corrections à droite.

Chaque ram est notée de 0 à 10 .

(2 rams = 1 note sur 20)

(exactement comme les interros et les devoirs :
ton travail à gauche, la correction à droite,
mais là, tu n'as plus besoin d'y joindre d'énoncé !)



Scotchées sur le bord extérieur, pour que tu puisses ajouter des compléments **sous** une feuille si tu le souhaites (ajoute aussi un signe à côté de la feuille !)

Quel intérêt ?

Les rams t'incitent à abandonner la vision "par chapitre" d'un cours,
ainsi que les méthodes de révision du type "je m'y colle pendant 3 heures avant l'interro".

Elles t'aident au contraire à acquérir le cours sur l'année, par une révision continuelle des éléments de ce cours.

Elles te contraignent – sans violence – à structurer tes connaissances:
comment, sans un minimum d'ordre et de classification, t'y retrouver dans l'ensemble du programme ?

Elles te fournissent enfin des éléments pratiques de révision.

Rams, interrogations, révisions

Prends 10 à 15 mn par soir, 2 ou 3 soirs par semaine – et même 4 si tu en as le courage, pour :

"piocher" (**au hasard**) dans les rams, les interrogations écrites et les devoirs de ton cahier

repérer <u>une question</u> ratée, observer ton erreur et la correction
- si nécessaire jette un coup d'œil au cours…

réécrire l'énoncé sur une feuille séparée (ou sur ton bloc de brouillon)
fermer le cahier et refaire la question, aussi proprement qu'en classe.
(Et naturellement compare ton travail à la correction.
<u>En cas d'incompréhension persistante, montre-moi ton travail le lendemain</u> !!!)

"Travaille tes rams" régulièrement – oui, une certaine rime avec "gammes" :
quelle que soit ta classe, tu aborderas les rams et interros suivantes avec sérénité ☺

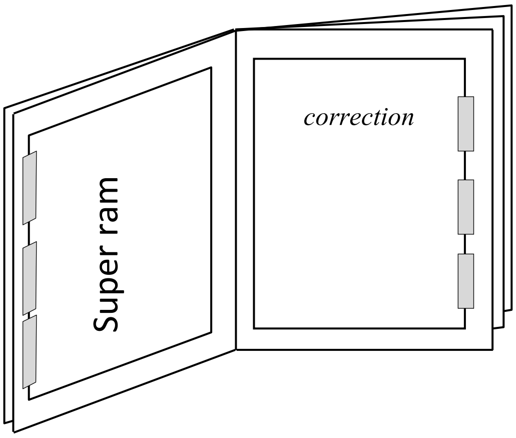
Cas d'une « super ram » : 30 minutes

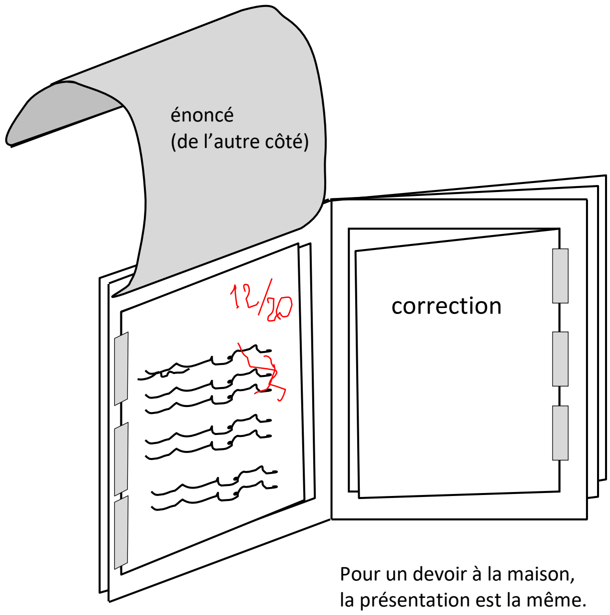
(énoncé et réponses sur la même page)

Cas d'une interro : toute la séance

(énoncé sur une feuille, réponse sur une copie)

1 super ram ou une interro toutes les 3 semaines **environ** (elle remplace la ram)





Pour un devoir à la maison,
la présentation est la même.

Une seule différence entre les rams et les super rams : le temps ! Une super ram n'est jamais qu'une double ram.

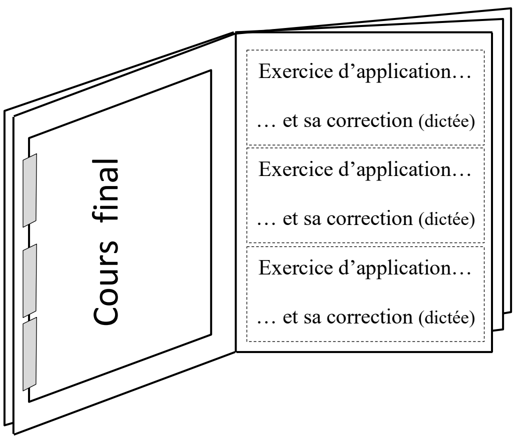
3 différences entre les interros et les rams (et super rams) :

- le temps, évidemment,
- la rédaction : en interro, tu pars d'une feuille blanche… tu rédiges TA copie. À toi de la présenter clairement.
- Le choix : tes interros sont des « 12 cadres ». 8 cadres blancs, 4 sur fond gris. Chaque cadre contient 1 question :

  tu DOIS (essayer de) répondre à celles des cadres gris – et elles valent chacune 3 points,

  tu dois répondre à celles de **4** cadres blancs – elles valent chacune 2 points.
  À toi de choisir TES 4 cadres blancs (coche-les sur l'énoncé) :
  ça ne sert à rien d'en choisir plus : je ne compterai que les 4 premières réponses sur ta copie…
  alors, prends le temps de bien les choisir !

Cahier de cours et exercices :



En classe, durant la période de cours,
tu as pu écrire des idées ou des questions sur ton bloc…
ou peut-être dessiner des figures particulières ?

Peut-être aussi vous ai-je dicté quelques lignes ?

Le soir, chez toi, recopie ce qui te paraît nécessaire
sur une page de gauche (la même tant que nous étudions la
le même thème et qu'il te reste de la place).
Lorsque je vous distribue des feuilles de cours, scotche-les « en feuillet » (comme pour une copie d'interro)
par-dessus ce que tu as écrit (toujours sur le bord extérieur, pour pouvoir « ouvrir » et regarder dessous !)

Une fois scotchées sur ton cahier, ce ne sont plus *mes* feuilles de cours, ce sont *les tiennes* :
tu peux tout à fait les surligner, les souligner, écrire dessus…

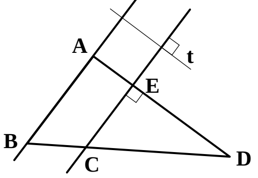
Réserve les pages de droite aux « petits exercices » que je vous donne à faire pour le lendemain – et à leurs corrections.

Les pages suivantes datent toutes maintenant d'une petite dizaine d'année
et les questions qui y sont traitées ne sont, pour certaines, plus « au programme » du collège.

Une « super ram »… et sa correction

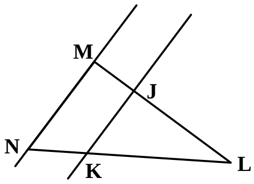
Ecris la question qui te semble correspondre à cette figure, puis réponds-y :

3A-04



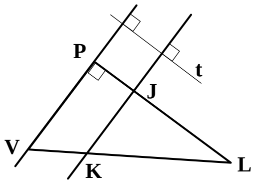
CE = 6 cm ED = 8 cm

MN = 12 cm LN = 20 cm
ML = 16 cm



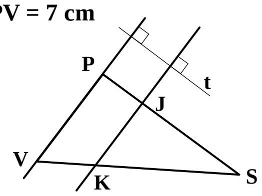
MNL est-il rectangle ? Rédige !

JK = 8 cm KL = 12 cm
PL = 16 cm



JKL est-il rectangle ? Rédige !

PS = 11 cm VS = 13 cm
PV = 7 cm



<u>Bonus</u> : **SANS calculer, explique pourquoi SVP ne peut pas être rectangle ☺**
(indice : ne commets pas d'impairs !)

Résous les équations suivantes (écris les étapes logiques nécessaires) :

$$\frac{b}{7}=\frac{13}{21}$$

$$\frac{4}{c}=\frac{12}{7}$$

$$d^2-8=28$$

Combien mesure [CD] ?

3A-04

Le triangle CDE est rectangle en E , donc, d'après le théorème de Pythagore : $CD^2 = CE^2 + ED^2$

$CD^2 = 36+64$ $CD^2 = 100$

CD est une longueur, donc un nombre positif : $\boxed{CD = 10 \text{ cm}}$

[LN] est le plus grand des côtés de LMN : $LN^2 = 400$

Par ailleurs, $LM^2 + MN^2 = 256 + 144 = 400$

Je constate que $LM^2 + MN^2 = LN^2$,

donc, d'après le théorème réciproque du théorème de Pythagore : **LMN est rectangle en M**

(PV), (JK), t et (PS) sont coplanaires.

(PV) et (JK) sont perpendiculaires à t, donc (th. 5ème) (PV) et (JK) sont parallèles.

(PV) // (JK) et (PL) est perpendiculaire à (PV) donc (th. 5ème) (PL) est perpendiculaire à (JK).

(Tu peux, si tu le préfères, nommer 2 points puis rappeler -th. 5ème - qu'un quadrilatère dont 3 angles sont droits est un rectangle … Donc le 4ème angle est également droit ! ☺)

JKL est bien rectangle, en J

[VS] est le plus grand des côtés de SVP.

le carré d'un entier impair est impair , donc VS^2, VP^2 et PS^2 sont impairs.

La somme de 2 entiers impairs est paire, donc $VP^2 + PS^2$ est pair :

alors $VP^2 + PS^2$ (pair) ne peut pas être égal à VS^2 (impair) …

Donc **SVP n'est pas un triangle rectangle**

(sinon, d'après le théorème de Pythagore, il y aurait égalité).

$$\frac{b}{7} = \frac{13}{21}$$

$$\frac{b}{7} \times 7 = \frac{13}{21} \times 7$$

$$\boxed{b = \frac{13}{3}}$$

$$\frac{4}{c} = \frac{12}{7}$$

Par passage aux inverses :

$$\frac{c}{4} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{c}{4} \times 4 = \frac{7}{12} \times 4$$

$$\boxed{c = \frac{7}{3}}$$

$$d^2 - 8 = 28$$

$$d^2 - 8 + 8 = 28 + 8$$

$$d^2 = 36$$

$$\boxed{d = 6 \quad \text{ou} \quad d = -6}$$

Une « interro 12 cadres »… et sa correction

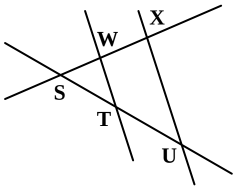
3 points 2 points … **Indique les 4 blancs que tu choisis de traiter !**

Interrogation écrite 3A-05

Calculatrice autorisée durant les 5 premières minutes uniquement ☺

1

SXU est-il un triangle rectangle ?



ST = 4,5 cm
SU = 15 cm
XU = 12 cm
SX = 9 cm

2

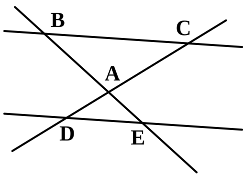
TKR est-il un triangle rectangle ?

(KM) et (RS) se coupent en T

TK = 8 cm
TM = 12 cm
KR = 6 cm
TR = 11 cm

3

Combien mesure [AE] ?



$(BE) \perp (CD)$

AD = 4 cm
DE = 5 cm

4

Résous : $\dfrac{b^2}{-20} = -5$

5

Résous : $\dfrac{5}{m} = \dfrac{9}{3}$

6

Calcule, **sans calculatrice**,
en écrivant chaque étape :

$c = (-8):[15-(12-1)]\times(-5-3)$

7

Ecris autrement, puis calcule, **sans calculatrice**, sans poser d'opération compliquée :

$t = 15{,}7\times3{,}12-15{,}7\times2{,}02+84{,}3\times1{,}1$

8

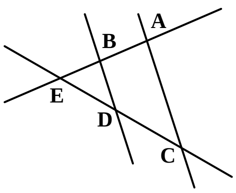
Ecris autrement, puis calcule, **sans calculatrice**, sans poser d'opération compliquée :

$a = 60:7:3\times21:2:10\times(-8)$

9

Détermine le PGDC
à 1960 et 2205,
par l'algorithme d'Euclide.

En t'appuyant sur les points de la figure ci-contre…



10 … Enonce le théorème de Pythagore

11 … Enonce le théorème réciproque du théorème de Pythagore

12 … Enonce la contraposée du théorème de Pythagore

Interrogation écrite : **une correction**	3A-05

1

SXU est-il un triangle rectangle ?

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} SX^2 = 81 \\ XU^2 = 144 \end{array}\right\} SX^2 + XU^2 = 225 \\ SU^2 = 225 \end{array}\right\}$$

Je constate que :
$SU^2 = SX^2 + XU^2$

donc
((th.) réciproque du théorème de Pythagore) :
SXU est un triangle rectangle en X

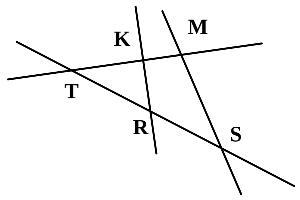
2

TKR est-il
un triangle rectangle ?

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} TK^2 = 64 \\ KR^2 = 36 \end{array}\right\} TK^2 + KR^2 = 100 \\ TR^2 = 121 \end{array}\right\}$$

[TR] est le plus grand côté
et je constate que :
$TK^2 + KR^2 \neq TR^2$

un dessin possible



donc
TKR n'est pas un triangle rectangle
(Sinon, d'après le théorème de Pythagore, il y aurait égalité)

3

Combien mesure [AE] ?

ADE est un triangle
rectangle en A , donc
(théorème de Pythagore) :
$AE^2 + AD^2 = DE^2$

$AE^2 + 16 = 25$

$AE^2 + 16 - 16 = 25 - 16$

$AE^2 = 9$

AE est une longueur, donc un nombre positif :
[AE] mesure 3 cm

4

$$\frac{b^2}{-20} = -5 \qquad \frac{b^2}{-20}\times(-20) = -5\times(-20) \qquad b^2 = 100 \qquad \boxed{b = 10 \ \underline{\textbf{ou}} \ b = -10}$$

5

$\dfrac{5}{m} = \dfrac{9}{3}$ … Ou, en simplifiant : $\dfrac{5}{m} = 3$!!! puis, en passant aux inverses : $\dfrac{m}{5} = \dfrac{1}{3}$

Alors, en multipliant chaque membre de l'équation par 5 : $\dfrac{m}{5}\times 5 = \dfrac{1}{3}\times 5$ et finalement : $\boxed{m = \dfrac{5}{3}}$

6

$$\begin{aligned} c &= (-8):[15-(12-1)]\times(-5-3) \\ c &= (-8):[15-\ 11\ ]\times\ (-8) \\ c &= (-8):\ 4\ \times\ (-8) \\ c &= \ 16 \end{aligned}$$

7

$$\begin{aligned} t &= 15{,}7\times3{,}12-15{,}7\times2{,}02+84{,}3\times1{,}1 \\ t &= 15{,}7\times(3{,}12-2{,}02)+84{,}3\times1{,}1 \\ t &= 15{,}7\times\ 1{,}1\ +84{,}3\times1{,}1 \\ t &= (15{,}7+84{,}3)\times1{,}1 \\ t &= \ 100\ \times1{,}1 \\ t &= \ 110 \end{aligned}$$

8

$$\begin{aligned} a &= 60:7:3\times21:2:10\times(-8) \\ a &= 60:10:3:2\times21:7\times(-8) \\ a &= \ (-24) \end{aligned}$$

9

$$\begin{array}{r|l} 2205 & 1960 \\ \hline 245 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1960 & 245 \\ \hline 0 & 8 \end{array}$$

Le quotient de la 1ère division exacte est 245 :

le PGDC à 1960 et 2205 est donc 245

10

Théorème de Pythagore

Si **ABC est un triangle rectangle en A** alors $\mathbf{BC^2 = BA^2 + AC^2}$

11

Théorème réciproque du théorème de Pythagore

Soient 3 points A , B et C : si $\mathbf{BC^2 = BA^2 + AC^2}$ alors **ABC est un triangle rectangle en A**

12

Contraposée du théorème de Pythagore

Soient 3 points A , B et C , tels que BC > AB et BC > AC

Si $\mathbf{BC^2 \neq BA^2 + AC^2}$ alors **ABC n'est pas un triangle rectangle**

Pour ces questions 10, 11 et 12 , j'ai choisi de m'appuyer sur le triangle ABC …

Cela te dérange peut-être, parce que je n'ai pas « dessiné » [BC] (ce qui ne l'empêche pas d'exister !).

Tu peux, bien sûr, préférer utiliser AEC , ou BED … Ou, pourquoi pas, BAD , ADE , DCA , BEC ou BCD ?

Le triangle que tu utilises pour énoncer ces théorèmes n'a pas besoin de paraître rectangle
– pas plus que la somme des carrés des longueurs de ses « petits côtés »
n'a besoin de paraître égale au (ou différente du) carré de la longueur du plus grand :

ces 3 théorèmes commencent par ***SI*** … ☺

Un « devoir-maison »… et sa correction

La réciproque du théorème de Thalès est-elle un théorème ?

DIJ est rectangle en D DI = 12 cm DJ = 9 cm

1) Construis DIJ

2) Combien mesure IJ ? Pourquoi ?

3) H est le point de [DI] tel que DH = 8 cm E est le point de (DJ) tel que (HE) // (IJ)

   Combien mesure [DE] ? Combien mesure [EH] ?

4) F est le symétrique de E par rapport à (DI)

   Combien mesure [DF] ? Combien mesure [HF] ?

   Combien valent $\frac{DF}{DJ}$ et $\frac{FH}{JI}$? Et $\frac{DH}{DI}$?

5) Est-ce que (HF) // (IJ) ?

Conclusion ?

CORRECTION

NON, la réciproque du théorème de Thalès n'est pas un théorème !

Le décor : **(JE) et (IH) se coupent en D (J , E , I et H sont distincts de D)**

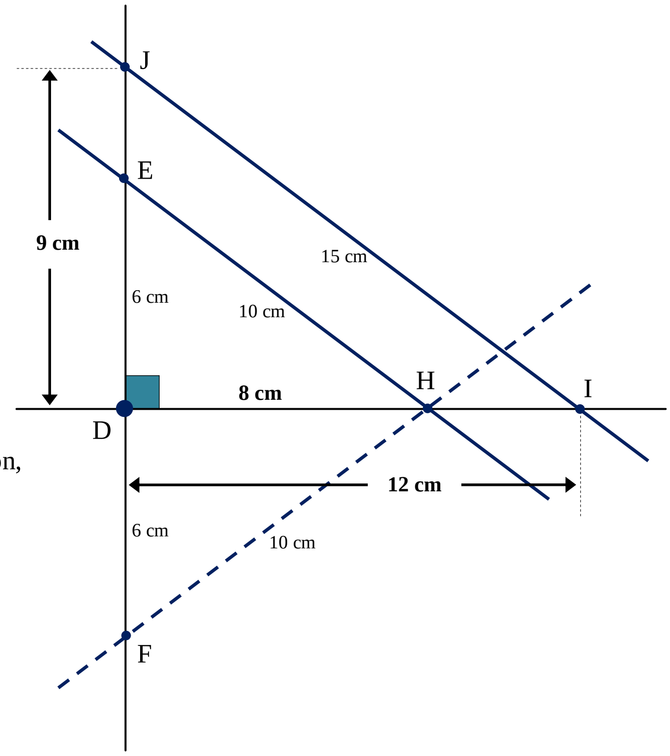
Le théorème de Thalès : **si (HE) // (IJ) alors** $\mathbf{\frac{DE}{DJ} = \frac{DH}{DI} = \frac{EH}{JI}}$ (**3** égalités : $\frac{DE}{DJ} = \frac{DH}{DI}$; $\frac{DH}{DI} = \frac{EH}{JI}$; $\frac{DE}{DJ} = \frac{EH}{JI}$)

L'*affirmation* réciproque : **si** $\mathbf{\frac{DE}{DJ} = \frac{DH}{DI} = \frac{EH}{JI}}$ **alors (HE) // (IJ)**

Cette affirmation serait un théorème si elle était vraie pout toutes les configurations de points en accord avec le décor.

Malheureusement…

(suis la progression de l'histoire
sur la figure ci-contre, à l'échelle ½)



Observe DIJ , rectangle en D
et tel que **DI = 12 cm , DJ = 9 cm**

[IJ] mesure alors 15 cm
(application du théorème de Pythagore à DIJ)

J'appelle H le point de [DI] tel que **DH = 8 cm ,**
et E le point de (DJ) tel que **(HE) // (IJ)**

Le théorème de Thalès , appliqué à cette configuration, me permet de calculer DE et EH :

(HE) // (IJ) donc $\frac{DE}{DJ} = \frac{DH}{DI}$ et $\frac{EH}{JI} = \frac{DH}{DI}$

DE = 6 cm et EH = 10 cm

… Jusque là, rien de bien nouveau .

Maintenant, j'observe la symétrie d'axe (DI).

Dans cette symétrie : D est sa propre image , H également (les points de l'axe sont invariants)
et j'appelle F l'image de E

Les symétries conservent les longueurs, donc DF = DE = 6 cm et FH = EH = 10 cm

Alors : $\frac{DF}{DJ} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ $\frac{FH}{JI} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ et $\frac{DH}{DI} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

Je constate ici que :

(JF) et (IH) se coupent en D (J , F , I et H sont distincts de D) et $\mathbf{\frac{DF}{DJ} = \frac{DH}{DI} = \frac{FH}{JI}}$

… Et pourtant, **(FH) n'est pas parallèle à (JI) !!!**

Pour la configuration (D , F , H , I , J) ci-dessus, l'affirmation réciproque du théorème de Thalès est fausse :
le théorème de Thalès n'a donc pas de réciproque.

☺